

DOI: 10.18559/SOEP.2015.11.7

Barbara Lenartowicz

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, Instytut Zarządzania Finansami,
Katedra Ubezpieczeń
barbara.lenartowicz@gmail.com

WYKORZYSTANIE GIER SYGNAŁOWYCH W MODELOWANIU NIEPEŁNEJ INFORMACJI NA RYNKU UBEZPIECZEŃ KOMUNIKACYJNYCH

Streszczenie: W poniższym artykule przedstawiono problem niepełnej informacji na rynku ubezpieczeń komunikacyjnych. Zjawisko to dotyczy sytuacji, w której firma ubezpieczeniowa nie posiada informacji na temat kolizji spowodowanych przez nowo pozyskanych klientów. Relacja ubezpieczony-ubezpieczyciel zostanie opisana przy użyciu gry sygnałowej z Naturą, Nadawcą (ubezpieczonym) oraz Odbiorcą (ubezpieczycielem) sygnału, w której ubezpieczony posiada informację o stanie Natury, natomiast firma ubezpieczeniowa nie. Sformułowanie problemu w ten sposób pozwala każdemu z graczy znaleźć strategię, która jest najlepszą odpowiedzią na strategię przeciwnika.

Słowa kluczowe: niepełna informacja, gry sygnałowe, ubezpieczenia komunikacyjne.

Klasyfikacja JEL: C72, C73, D82, D83.

APPLICATION OF A SIGNALLING GAME TO MODELLING INCOMPLETE INFORMATION IN AUTOMOBILE INSURANCE

Abstract: In this paper we shall study the problem of imperfect information on the automobile insurance market. This problem occurs when an insurance company has insufficient knowledge about their clients' accidents. We show that the problem can be formulated as a signalling game with Nature, policyholder and insurance company in which the policyholder is informed about the type of Nature and the company is not. When formulated in this way the problem can be solved by finding a combination of strategies that are the mutually best response.

Keywords: imperfect information, signalling games, motor insurance.

Wstęp

Problem niekompletnej informacji, czasem nazywany problemem asymetrii informacji, dotyczy sytuacji, w której jedna ze stron transakcji posiada więcej informacji niż druga strona. Zjawisko to jest zatem obecne m.in. w ekonomii, psychologii, naukach społecznych, biologii a także w informatyce.

We wszystkich tych dziedzinach można zaobserwować rozwój teorii gier, która coraz częściej odgrywa rolę narzędzia do podejmowania optymalnych decyzji w sytuacjach z udziałem co najmniej dwóch zainteresowanych stron, zwanych graczami. W sytuacjach tych poszczególni gracze często nie są pewni reakcji współgracza, stąd w literaturze rozpatrywane modele nazywa się grami z niepełną informacją lub grami z asymetryczną informacją.

Jednym z przykładów tego typu gier są gry sygnałowe¹, zaliczane do klasy gier dwuosobowych. Brak kompletnej informacji skutkuje tym, że gracze swoje wybory (decyzje) opierają na przekonaniach dotyczących zachowań współgracza.

Początek, a zarazem rozkwit teorii gier przypada na lata 60. i 70. XX w. Wtedy też powstało wiele modeli opartych na założeniach gier sygnałowych. Jednym z pierwszych był model opracowany przez filozofa Davida Lewisa (1969). Model ten zakładał, że istnieje tylko jedna prawidłowa odpowiedź na zagranie przeciwnika, a za dokonanie słusznego wyboru gracze otrzymują jednakowe wynagrodzenie. Kluczowym modelem w teorii gier sygnałowych był zastosowany w ekonomii model Spence'a (1973), tzw. *job market signaling*. Gracze w tym modelu to Natura, osoba starająca się o posadę (Gracz I) oraz pracodawca (Gracz II). Rolą Natury jest określenie umiejętności Gracza I, który wysyła sygnały do pracodawcy. Za sygnały mogą posłużyć dyplomy, referencje, certyfikaty potwierdzające kompetencje osoby zatrudnianej. Pracodawca, opierając się na tych informacjach oraz dodatkowych sygnałach wysyłanych przez osobę rekrutowaną, podejmował decyzję o jej zatrudnieniu. Pozyskanie nowych sygnałów wiąże się z dodatkowym kosztem ponoszonym przez pracodawcę. W przypadku gdy koszt ten jest zbyt wysoki, gracze będą rezygnować z pozyskania nowej informacji, a decyzję będą podejmować jedynie zgodnie ze swoimi przekonaniem.

W niniejszym artykule uwaga zostanie skupiona na problemie niekompletnej informacji w relacji ubezpieczyciel-ubezpieczony. O zjawisku

¹ W literaturze często nazywane grami sygnalizacyjnymi lub bayesowskimi.

niepełnej informacji na rynku ubezpieczeń możemy mówić m.in. wtedy, gdy zakład ubezpieczeń posiada jedynie częściowe informacje o ubezpieczanym ryzyku, np. gdy klient zataja informację w istotny sposób wpływającą na prawdopodobieństwo zaistnienia szkody. Sytuacja ta zostanie zobrazowana na przykładzie ubezpieczenia komunikacyjnego, w którym ubezpieczony należy do jednej z grup: kierowców niepowodujących szkód oraz kierowców z historią szkodową w zakresie ubezpieczeń komunikacyjnych. W oferowanym ubezpieczeniu kierowcy charakteryzujący się niższym ryzykiem spowodowania wypadku płacą niższą składkę. Zatem ubezpieczeni w tej grze będą dążyli do zapłacenia jak najniższej składki, natomiast rolą ubezpieczyciela będzie pozyskanie jak największej uczciwych klientów.

1. Gry sygnałowe

1.1. Opis gry

Gra sygnałowa to gra z niepełną informacją, w której uczestniczą Natura i co najmniej dwóch graczy, Nadawca sygnału (Gracz I) oraz Odbiorca sygnału (Gracz II). Pierwszym etapem gry sygnałowej jest wybór z pewnym niezerowym prawdopodobieństwem stanu Natury, innymi słowy Natura określa typ Gracza I. Stan ten znany jest tylko Nadawcy, który na jego podstawie wysyła sygnał do Odbiorcy. Odbiorca, znając jedynie otrzymany sygnał, podejmuje jedną z możliwych decyzji, na podstawie której gracze otrzymują wypłaty. Wysokość wynagrodzenia graczy jest zatem uzależniona od sygnału wysłanego przez Nadawcę oraz reakcji Odbiorcy. Obaj gracze dążą do maksymalizacji swoich wypłat.

Elementy gry:

- Natura N ,
- gracze: Nadawca, Odbiorca,
- skończony zbiór stanów Natury $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$,
- rozkład prawdopodobieństwa na stanach Natury,
- skończony zbiór sygnałów Nadawcy $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{n_1}\}$,
- skończony zbiór reakcji Odbiorcy $R = \{r_1, r_2, \dots, r_{n_2}\}$,
- funkcje użyteczności obu graczy u_1, u_2 , gdzie $u_i : T \cdot S \cdot R \rightarrow \mathbb{R}$.

Grę sygnałową można przedstawić jako piątkę $\langle T, S, R, u_1, u_2 \rangle$.

1.2. Strategie graczy

W celu dokładnego zrozumienia modelu gry sygnałowej warto przedstawić definicję strategii w grach sygnałowych.

Definicja

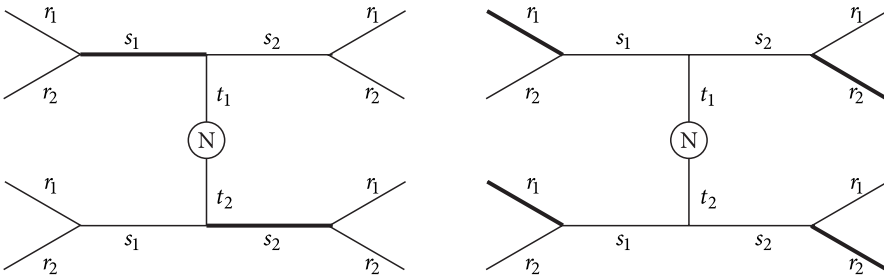
Strategia Gracza I jest funkcją przyporządkowującą każdemu stanowi Natury rozkład prawdopodobieństwa na wysyłanych sygnałach, czyli $\mu_1 : T \rightarrow P(S)$.

Strategia Gracza II jest funkcją przyporządkowującą każdemu sygnałowi rozkład prawdopodobieństwa na reakcjach, czyli $\mu_2 : S \rightarrow P(R)$.

Definicja

Strategią separującą Gracza I nazywamy strategię, która każdemu stanowi Natury przyporządkowuje z prawdopodobieństwem 1 dokładnie jeden sygnał i dla każdego stanu jest on inny. Inaczej mówiąc, każdy typ Gracza I wysyła odmienny sygnał.

Strategią separującą Gracza II nazywamy strategię, która każdemu sygnałowi przyporządkowuje z prawdopodobieństwem 1 dokładnie jedną reakcję i dla każdego sygnału jest ona inna (każdy typ Gracza II reaguje w zależności od sygnału wysłanego przez Nadawcę).



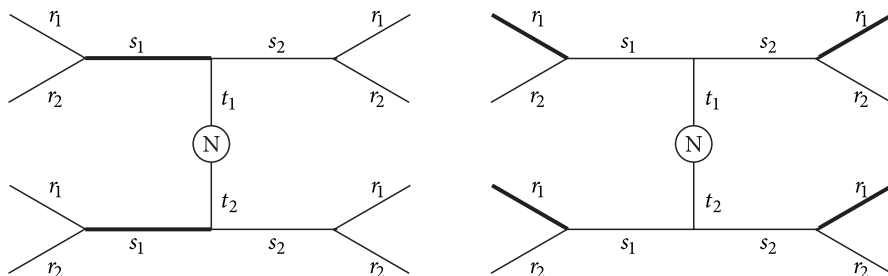
Rysunek 1. Przykładowe strategie separujące Gracza I (po lewej) oraz Gracza II (po prawej)

Definicja

Strategią łączącą Gracza I nazywamy strategię, w której Gracz I wysyła taki sam sygnał, niezależnie od stanu Natury.

Strategią łączącą Gracza II nazywamy strategię, w której Gracz II reaguje w taki sam sposób na każdy sygnał Gracza I.

Strategia całkowicie łącząca to taka strategia, w której Gracz I, niezależnie od stanu Natury, wysyła jeden i ten sam sygnał, a Gracz II reaguje w jeden i ten sam sposób.



Rysunek 2. Przykładowe strategie łączące Gracza I (po lewej) oraz Gracza II (po prawej)

Stosowanie wyłącznie powyżej opisanych strategii czystych² nie zawsze prowadzi do maksymalizacji zysku obu graczy.

Definicja

Strategia mieszana to strategia, w której μ_1, μ_2 mogą przyjmować inne wartości niż 0 i 1. Formalnie: $\exists_t \mu_1(t) \neq 0 \wedge \mu_1(t) \neq 1$ lub $\exists_s \mu_2(s) \neq 0 \wedge \mu_2(s) \neq 1$.

Definicja

Para strategii (μ_1, μ_2) jest **punktem równowagi**, jeśli odstępianie jednego z graczy od swojej strategii przy ustalonej strategii drugiego gracza daje wypłatę mniejszą lub równą wyjściowej.

Definicja

Końcowe wypłaty to wartości oczekiwane względem rozkładu prawdopodobieństwa na T .

1.3. Równowaga Nasha

Jednym z ważniejszych pojęć teorii gier jest pojęcie równowagi Nasha. Odnosi się ono do wyboru takich strategii graczy, które są najlepszymi odpowiedziami na siebie nawzajem.

W przypadku gier z niepełną informacją, do których należą gry sygnałowe, równowaga Nasha zostanie osiągnięta, jeżeli każdy gracz wybierze optymalną odpowiedź na przewidywane strategię swoich rywali.

² W teorii gier są to strategie, w których każdy gracz dokonuje jednego wyboru z prawdopodobieństwem 1 i trwa przy nim w każdej kolejnej rozgrywce.

2. Model gry sygnałowej na przykładzie ubezpieczenia komunikacyjnego

Wykorzystanie gier sygnałowych na rynku ubezpieczeń komunikacyjnych można przedstawić na przykładzie ostrożnego i nieostrożnego kierowcy wykupującego ubezpieczenie komunikacyjne, np. AC. Zachowanie stron kontraktu oraz interakcje między nimi będą tożsame z przeprowadzeniem trójetapowej gry z niepełną informacją, w której Gracz I to kierowca wykupujący ubezpieczenie, natomiast Gracz II to firma ubezpieczeniowa oferująca ubezpieczenie [Rothschild i Stiglitz 1976; Strauss i Hollis 2007].

Oczywiste wydaje się założenie niejednorodności populacji ubezpieczonych. Wynika to z przynależności kierowców do różnych grup ryzyka. Do grupy wysokiego ryzyka (typ H) będą należeć kierowcy nieostrożni, natomiast grupa niskiego ryzyka (typ L) to kierowcy ostrożni, którzy charakteryzują się bezwypadkową jazdą.

Firma ubezpieczeniowa, oferując kontrakt, proponuje grupie kierowców niskiego ryzyka tańszą polisę ze składką p , natomiast grupie wysokiego ryzyka – polisę ze składką $\bar{p}$, gdzie $p < \bar{p}$. Niezależnie od grupy ryzyka, w której znajduje się klient, w przypadku zajścia zdarzenia ubezpieczeniowego firma wypłaci odszkodowanie w wysokości B .

Zakupioną polisę można opisać jako parę liczb (B, p) , gdzie B to suma ubezpieczenia, a p to cena ubezpieczenia, czyli składka.

Na początku gry Natura z pewnym niezerowym prawdopodobieństwem określa typ Gracza I w sposób niezależny, tzn. żaden z uczestników gry nie ma wpływu na wybór stanu Natury. Prawdopodobieństwo przynależności do grupy niskiego ryzyka (stan Natury t_1) będziemy oznaczać p_L , natomiast prawdopodobieństwo przynależności do grupy wysokiego ryzyka (stan Natury t_2) będziemy oznaczać p_H .

Gracz I zostaje poinformowany o tym, do której grupy ryzyka przynależy i na tej podstawie dokonuje wyboru polisy (wysyłając sygnał s_1 , jeśli wybiera polisę z niższą składką, lub wysyłając sygnał s_2 , jeśli wybiera polisę z wyższą składką). Warto zauważyć, że wysłanie sprzecznego ze stanem Natury sygnału może być korzystne wyłącznie dla gracza typu H. Podanie błędnej informacji (wysłanie sygnału s_2 w przypadku Gracza typu H) będzie spowodowane chęcią zapłaty niższej składki za polisę.

Zakład ubezpieczeń nie posiada informacji, z jakiego typu kierowcą ma do czynienia, znany jest mu natomiast rozkład prawdopodobieństwa na stanach Natury (p_L i p_H , $p_L + p_H = 1$). Ponadto zakład ubezpieczeń

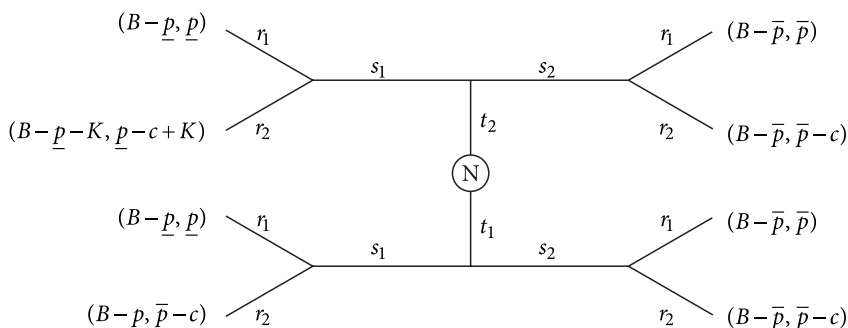
możliwość weryfikacji typu Gracza I, jednak zdobycie tej informacji wiąże się z dodatkowym kosztem w wysokości c [Borch 1962; Krawczyk 2004].

Gracz II, odpowiadając na wysłany przez kierowcę sygnał, może udzielić ubezpieczenia po niższej składce ($\underline{p}$) bez weryfikacji typu Gracza I (reakcja r_1) lub zweryfikować typ Gracza I (reagując odpowiedzią r_2), ponosząc przy tym dodatkowy koszt.

W przypadku szkody każdemu z kierowców zostanie wypłacone odszkodowanie B , o ile nie zostanie wykryte oszustwo Gracza I. Kierowca, którego deklaracja okaże się niezgodna z prawdą, jest zobowiązany do wypłaty rekompensaty w wysokości $K > 0$ na rzecz ubezpieczyciela. Dla ułatwienia późniejszych obliczeń wypłata Gracza I została pomniejszona o zapłaconą składkę. Gracz II nie zostaje obciążony kosztem w wysokości wypłaconego odszkodowania.

Na potrzeby omawianego przykładu można założyć, że szkody pokrywa reasekurator, który nie oczekuje nic w zamian.

Wypłaty w powyżej opisanej grze przedstawiono na rysunku 3:



Rysunek 3. Diagram wypłat obu graczy

W zależności od swojego typu, Gracz I może zastosować następujące strategie czyste:

- zawsze deklarować typ L, wysyłając sygnał s_1 ,
- zawsze deklarować typ H, wysyłając sygnał s_2 ,
- zawsze deklarować typ zgodny z wyborem Natury,
- zawsze deklarować typ przeciwny do typu wybranego przez Naturę.

W zależności od sygnału wysłanego przez Gracza I Gracz II może zastosować następujące strategie czyste:

- zawsze weryfikować typ Gracza I odpowiadając na sygnał reakcją r_2 ,
- nigdy nie weryfikować typu Gracza I, odpowiadając na sygnał reakcją r_1 ,

- weryfikować typ Gracza I tylko w przypadku, gdy Gracz I deklaruje przynależność do grupy wysokiego ryzyka,
- weryfikować typ Gracza I tylko w przypadku, gdy Gracz I deklaruje przynależność do grupy niskiego ryzyka.

W przypadku gdy nie istnieje para strategii czystych, która zawsze gwarantuje graczom maksymalne wypłaty, osiągnięcie równowagi Nasha sprowadza się do znalezienia rozwiązania w zbiorze strategii mieszanych [Malawski, Wieczorek i Sosnowska 2008; Blajer-Gołębiewska 2007]. W tym celu decyzje graczy będą się opierać na przekonaniach co do strategii rywala. Przekonania te będą zależeć od przyporządkowania odpowiednich prawdopodobieństw wystąpienia danej sytuacji.

Do obliczenia oczekiwanych wypłat w przypadku strategii mieszanych stosuje się prawdopodobieństwo warunkowe (tzw. Bayesa):

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}.$$

Analizując wypłaty obu graczy, można przyjąć, że Gracz I typu L nie będzie oszukiwał, natomiast Gracz II nie będzie weryfikował typu Gracza I, jeśli ten zadeklaruje przynależność do grupy wysokiego ryzyka. Zatem najlepszą decyzją Gracza I należącego do grupy niskiego ryzyka jest wysłanie sygnału s_1 , natomiast najlepszą reakcją Gracza II na sygnał s_2 jest reakcja r_1 . Oznacza to, że $P(s_1|t_1) = 1$ oraz $P(r_1|s_2) = 1$.

Dla ułatwienia zapisu przyjmujemy następujące oznaczenia:

$$\forall i, j, k \in \{1, 2\} P(s_i | t_k) = p_{ik} \wedge P(r_j | s_i) = q_{ji}, \quad p_{ik}, q_{ji} \in [0, 1].$$

Zatem dla powyższej gry mamy:

$$\begin{aligned} P(t_1) &= p_L, \\ P(t_2) &= p_H, \end{aligned} \quad p_L + p_H = 1,$$

$$P(s_1|t_1) = p_{11} = 1 \quad \Rightarrow \quad P(s_2|t_1) = p_{21} = 0.$$

W przypadku gdy Natura wybiera stan t_2 , nie możemy jednoznacznie określić reakcji Gracza I, zatem $p_{12} = 1 - p_{22}$. Korzystając natomiast ze wzoru Bayesa, możliwe jest wyznaczenie przekonań Gracza II na temat typu Gracza I, czyli:

$$P(t_1|s_1) = \frac{P(s_1|t_1) \cdot P(t_1)}{P(s_1|t_1) \cdot P(t_1) + P(s_1|t_2) \cdot P(t_2)} = \frac{p_{11} \cdot p_L}{p_{11} \cdot p_L + p_{12} \cdot p_H} =$$

$$= \frac{p_L}{p_L + p_{12} \cdot p_H},$$

$$P(t_2|s_1) = 1 - P(t_1|s_1) = \frac{p_{12} \cdot p_H}{p_L + p_{12} \cdot p_H},$$

$$P(t_1|s_2) = \frac{P(s_2|t_1) \cdot P(t_1)}{P(s_2|t_1) \cdot P(t_1) + P(s_2|t_2) \cdot P(t_2)} = \frac{p_{21} \cdot p_L}{p_{21} \cdot p_L + p_{22} \cdot p_H} = 0,$$

$$P(t_2|s_2) = 1 - P(t_1|s_2) = 1.$$

Optymalne strategie obu graczy znajdujemy, wyznaczając ich oczekiwane zyski:

$$Eu_1(t_k, s_i) = P(r_1|s_i) \cdot u_1(t_k, s_i, r_1) + P(r_2|s_i) \cdot u_1(t_k, s_i, r_2), \quad k, i \in \{1, 2\},$$

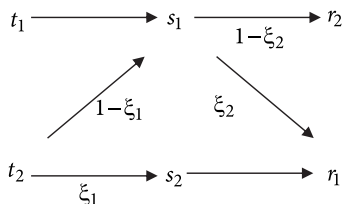
$$Eu_2(s_i, r_j) = P(t_1|s_i) \cdot u_2(t_1, s_i, r_j) + P(t_2|s_i) \cdot u_2(t_2, s_i, r_j), \quad i, j \in \{1, 2\}.$$

Wyniki przedstawiają poniższe tabele:

$Eu_1(t_k, s_i)$	s_1	s_2	$Eu_2(s_i, r_j)$	r_1	r_2
t_1	$B - \underline{p}$	$B - \bar{p}$	s_1	$\underline{p}$	$(\underline{p} - c) + \frac{p_{12}p_H}{p_{12}p_H + p_L}K$
t_2	$B - \underline{p} - q_{21}K$	$B - \bar{p}$	s_2	$\bar{p}$	$(\bar{p} - c)$

Przy założeniu, że każdy z graczy oczekuje jak najwyższej swojej wygranej można odczytać strategie graczy (rysunek 4):

Prawdopodobieństwa $\xi_1 = P(s_2 | t_2)$ oraz $\xi_2 = P(r_1 | s_1)$ wynoszą jeden, gdy $q_{21}K > \bar{p} - \underline{p}$ oraz gdy $c > \frac{p_{12}p_H}{p_{12}p_H + p_L}K$ odpowiednio.



Rysunek 4. Strategie graczy

Stosowanie powyższych strategii gwarantuje graczom najwyższe wypłaty przy wielokrotnym powtarzaniu gry. W przypadku rynku ubezpieczeniowego można się odnieść do sytuacji, gdy rozgrywamy grę z każdym przystępującym do ubezpieczenia klientem.

3. Przykładowy algorytm rozwiązywania gry sygnałowej

Poniżej przedstawione zostanie działanie pewnego algorytmu, za którego pomocą system bez znajomości strategii optymalnych sam uczy się je znajdować.

Algorytm polega na wielokrotnym powtarzaniu rozgrywki i każdorazowym stosowaniu schematu przyznającego premie proporcjonalne do wypłat. Wyższe premie przekładają się na wyższe prawdopodobieństwa przyjęcia odpowiadającej im strategii w następnej iteracji.

W schemacie dysponujemy rozkładem prawdopodobieństwa na stanach Natury oraz $n + n_1$ urnami. Każdy z graczy posiada urny z kulami. Dla Gracza I są to urny o nazwach $t_1, t_2, \dots, t_n$, dla Gracza II – urny $s_1, s_2, \dots, s_{n_1}$.

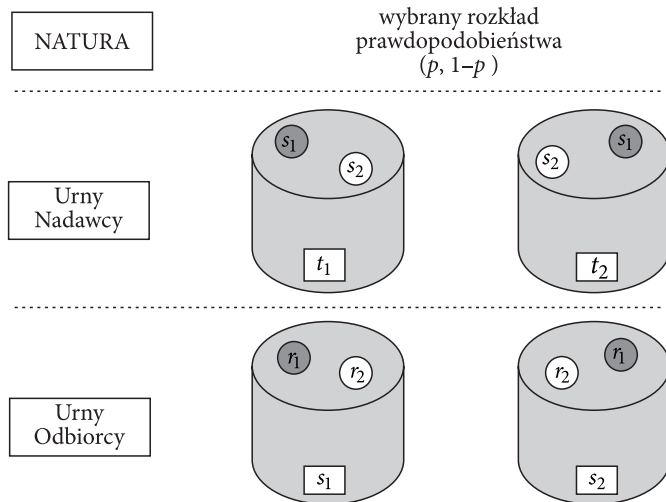
Rysunek 5 przedstawia rozkład kul w urnach w chwili początkowej dla przypadku, w którym mamy dwóch graczy, dwa stany Natury, dwa sygnały oraz dwie reakcje.

Algorytm schematu można opisać w następujących krokach [Barret 2006]:

Krok 1. Do każdej z urn t_1 oraz t_2 wkładamy po jednej kuli z symbolami możliwych sygnałów, tzn. kule s_1 i s_2 . Natomiast w urnach Gracza II (s_1 i s_2) umieszczamy po jednej kuli z symbolami możliwych reakcji, tzn. kule r_1 i r_2 .

Krok 2. Natura wybiera stan z zadaniem prawdopodobieństwem.

Krok 3. Nadawca losuje kulę z urny oznaczonej symbolem stanu wybranego w poprzednim kroku.



Rysunek 5. Schemat urnowy

Krok 4. Odbiorca dokonuje wyboru z urny o nazwie zgodnej z symbolem kuli wylosowanej przez Gracza I.

Krok 5. Gracze otrzymują wypłaty zależne od wybranych strategii. Kolejną iterację rozpoczynamy od kroku 2.

Działanie powyżej opisanego schematu przeanalizowano na przykładzie relacji ubezpieczony-ubezpieczyciel, przyjmując następujące założenia:

$$B = 20, \underline{p} = 2, \bar{p} = 3, c = 2, K = 5, p_H = p_L = 0,5.$$

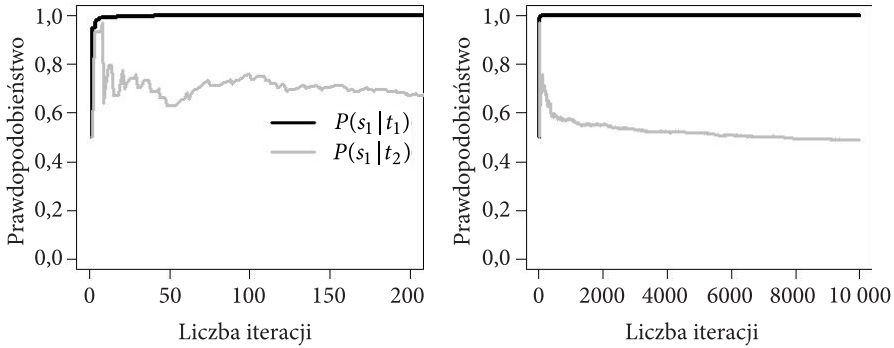
Przykładowy rozkład kul po 10 000 iteracji³:

Urny nadawcy			Urny odbiorcy		
	t_1	t_2		s_1	s_2
s_1	89 605	39 436	r_1	6679	7150
s_2	18	41 328	r_2	7186	50

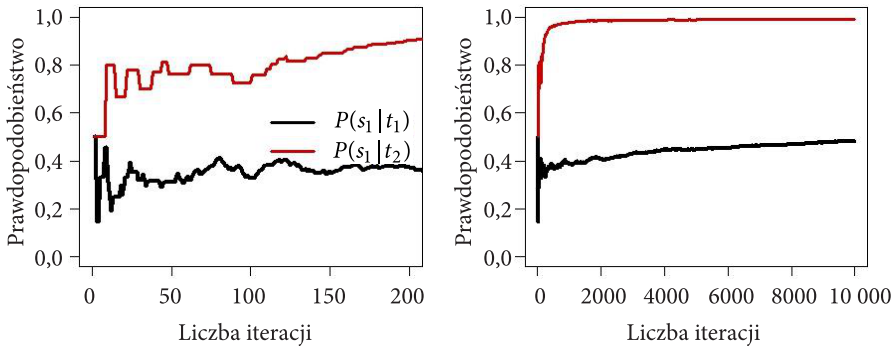
Analizując liczbę kul w urnach, można zauważyć, że podobnie jak w ogólnym przykładzie powyżej zastosowanie schematu urnowego określa strategię graczy zgodnie z rysunkiem 4.

³ Symulator schematu urnowego został stworzony przy pomocy pakietu statystycznego R. Program ten został wybrany ze względu na łatwość generowania liczb pseudolosowych oraz szybkie działanie algorytmu przy dużej liczbie iteracji.

Wykresy poniżej przedstawiają prawdopodobieństwa warunkowe obu graczy wyznaczone przy użyciu schematu urnowego w zależności od liczby wykonanych iteracji.



Rysunek 6. Prawdopodobieństwa warunkowe Gracza



Rysunek 7. Prawdopodobieństwa warunkowe Gracza II

Mimo że rozważana gra nagradza dodatnią wypłatą również nieoptymalne wybory graczy, to już dla około 200 iteracji w większości przypadków gracze wiedzą, jaką strategię należy przyjąć, aby otrzymać jak najwyższą wypłatę. Wydaje się zatem, że działanie schematu urnowego dobrze opisuje algorytm znajdowania punktów Nasha w grze z niepełną informacją, a zaproponowany model może stanowić alternatywę dla często skomplikowanych metod modelowania niepełnej informacji.

Zakończenie

Wydaje się, że problem niepełnej informacji jest ogromnie istotny w przypadku działalności ubezpieczeniowej. Zakłady ubezpieczeniowe są zobligowane do ochrony interesów swoich klientów poprzez utrzymywanie odpowiednich kapitałów mających pokryć ewentualne zdarzenia ubezpieczeniowe. Niepełna informacja może się przyczynić do błędnej oceny ryzyka, a co za tym idzie – nieodpowiedniego zabezpieczenia interesów ubezpieczonych.

Przedstawiony w artykule przykład braku pełnej informacji na rynku ubezpieczeń komunikacyjnych obrazuje, jak przy pomocy gier sygnałowych tworzyć modele samouczące się. Proces uczenia modelu jest możliwy dzięki wielokrotnemu stosowaniu reguły Bayesa. Warto zaznaczyć, że ubezpieczenia komunikacyjne są tylko jednym z przykładów ubezpieczeń, dla których niepełna informacja ma wpływ na składki oraz ochronę ubezpieczeniową. Powyższe rozważania mogą znaleźć zastosowanie również w ubezpieczeniach na życie, ubezpieczeniach zdrowotnych, a nawet w ubezpieczeniach od ryzyka katastroficznego.

Bibliografia

- Barrett, J.A., 2006, *Numerical Simulations of the Lewis Signaling Game: Learning Strategies, Pooling Equilibria and the Evolution of Grammar*, University of California.
- Blajer-Gołębiowska, A., 2007, *Modelowanie niepełnej informacji za pomocą teorii gier*, Wydawnictwo Katedry Mikroekonomii Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- Borch, K., 1962, *Application of Game Theory to Some Problems in Automobile Insurance*, ASTIN Bulletin International Actuarial Association (Brussels), s. 208–221.
- Chiappori, P.A., Salanié, B., 2000, *Testing for Asymmetric Information in Insurance Markets*, Journal of Political Economy, 108(1), s. 56–78.
- Krawczyk, M., 2004, *Problemy asymetrii informacji na rynku ubezpieczeniowym*, Decyzje, 1, s. 56–80.
- Malawski, M., Wieczorek, A., Sosnowska, H., 2008, *Konkurencja i kooperacja. Teoria gier w ekonomii i naukach społecznych*, PWN, Warszawa.
- Prescott, E., Townsend, R., 1984, *Pareto Optima and Competitive Equilibrium with Adverse Selection and Moral Hazard*, Econometrica, 52, s. 21–46.

- Rothschild, M., Stiglitz, J., 1976, *Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information*, The Quarterly Journal of Economics, vol. 90, no. 4, s. 629–649.
- Strauss, J., Hollis, A., 2007, *Insurance Markets When Firms Are Asymmetrically*, University of Calgary.
- Wilson, C., 1977. *A Model of Insurance with Incomplete Information*, Journal of Economic Theory, 16, s. 167–207.