

DOI: 10.18559/SOEP.2015.11.3

Tomasz Jurkiewicz, Agnieszka Pobłocka

Uniwersytet Gdański, Wydział Zarządzania, Katedra Statystyki

Autor do korespondencji: Agnieszka Pobłocka, a.poblocka@ug.edu.pl

NAJLEPSZE OSZACOWANIE REZERWY IBNR W UBEZPIECZENIACH MAJĄTKOWYCH – PROPOZYCJE KALKULACJI WEDŁUG PROJEKTU SOLVENCY II

Streszczenie: Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2009/138/WE z dnia 25 listopada 2009 r. w sprawie podejmowania i prowadzenia działalności ubezpieczeniowej i reasekuracyjnej [Dyrektywa 2009] wymaga, aby rezerwy techniczno-ubezpieczeniowe tworzyć według zasady „najlepszego oszacowania” i następnie powiększyć o margines ryzyka. Jednak nie jest pewne, czy takie rozwiązanie wystarczy, aby pokryć ewentualne szkody ubezpieczeniowe, których czas wystąpienia, wielkość i liczba są nieznane ubezpieczycielom w momencie tworzenia rezerw techniczno-ubezpieczeniowych. Trudnością jest także przy szacowaniu poziomu rezerw uwzględnienie oceny ich zmienności.

W pracy zbadano powyższy problem. Analizowano kilka propozycji kalkulacji „najlepszego oszacowania” rezerwy z tytułu powstałych szkód niezgłoszonych w zakładzie ubezpieczeń do dnia tworzenia rezerw w ubezpieczeniach majątkowych i pozostałych osobowych przy wykorzystaniu wybranych deterministycznych i stochastycznych metod szacowania ww. rezerwy.

Słowa kluczowe: projekt Wypłacalność II, rezerwy techniczno-ubezpieczeniowe, rezerwa IBNR, metody szacowania rezerwy IBNR, prawdopodobieństwo niedoszacowania rezerw.

Klasyfikacja JEL: G22.

BEST ESTIMATE IBNR RESERVES IN NON-LIFE INSURANCE – PROPOSALS FOR THE CALCULATION OF THE SOLVENCY II

Abstract: The European project Solvency II requires the technical provisions (insurance reserves) have to be calculated according to the principle of “best estimate” and increased by the “risk margin”. However would such a solution be enough to cover any insurance damage, of which the timing, size and number of insurers are unknown at the time of creating reserves? How in the estimation of reserves to include an assessment of their variation (called volatility). In this paper this problem will be examined in designed simulations. Different proposals for the definitions of the best estimate and the margin of risk incurred through not reported reserves (short IBNR) in non-life insurance will be presented using a variety of deterministic and stochastic methods of estimating these reserves.

Keywords: European project Solvency II, IBNR reserve, best estimate and margin risk of IBNR reserve, deterministic and stochastic methods of evaluating the IBNR reserve in non-life insurance, simulations.

Wstęp

Europejski projekt wypłacalności podmiotów rynku ubezpieczeniowego określony w Dyrektywie Wypłacalność II [Dyrektywa 2009] wymaga, aby wartość rezerw techniczno-ubezpieczeniowych (skrót TU, *technical provisions*) była sumą „najlepszego oszacowania” (*best estimate*) i marginesu ryzyka (*risk margin*)¹. Jednak nie jest pewne, czy takie rozwiązanie wystarczy, aby pokryć ewentualne szkody ubezpieczeniowe, których czas wystąpienia, wielkość i liczba nie zawsze są znane ubezpieczycielom w momencie tworzenia rezerw. Trudnością jest także przy szacowaniu rezerw uwzględnienie przyszłych przepływów pieniężnych (*the variability of the future cash flows*), w tym oceny zmienności (*volatility*) rezerw.

W pracy zbadano powyższy problem. Analizowano kilka propozycji kalkulacji poziomu „najlepszego oszacowania” rezerwy z tytułu powstałych szkód niezgłoszonych w zakładzie ubezpieczeń do dnia tworzenia rezerw (*incurred but not reported*, skrót IBNR) w ubezpieczeniach majątkowych i pozostałych osobowych przy użyciu wybranych deterministycznych i stochastycznych metod szacowania rezerwy IBNR, korzystając z symulacji komputerowych (w języku R 2.12.1)².

¹ W praktyce ubezpieczeniowej używa się terminów angielskich i polskich zamiennie. Będą one także używane zamiennie w dalszej części pracy.

² W badaniu wykorzystuje się symulacje komputerowe w celu oszacowania wartości przyszłych zobowiązań dla bardzo dużej liczby szkód i wielu różnych założeń dla każdego

Głównym celem pracy jest weryfikacja, czy proponowane w Dyrektywie Wypłacalność II oszacowanie wartości rezerwy IBNR na poziomie „najlepszego szacowania” równym średniej arytmetycznej rozkładu przyszłych szkód [Dyrektywa, art. 77 i 78] jest wystarczająco bezpieczne, aby pokryć ewentualne zobowiązania ubezpieczeniowe z tytułu powstałych szkód niezgłoszonych w zakładzie ubezpieczeń do dnia tworzenia rezerw techniczno-ubezpieczeniowych. Dodatkowym celem badania jest przedstawienie kilku propozycji kalkulacji poziomu „najlepszego oszacowania” ww. rezerwy w celu zwiększenia prawdopodobieństwa wystarczalności rezerw (doszacowania przyszłych szkód). Zaprezentowano wyniki szacowania łącznej rezerwy IBNR w badanych modelach w zaprojektowanych eksperymentach symulacyjnych rynku ubezpieczeniowego. W analizie uwzględniono następujące metody:

1. średnich wartości wskaźników rozwoju szkody (SW1),
2. średnich wartości wskaźników rozwoju szkody (SW2)³,
3. Bornhuettera-Fergusona (BF),
4. chain ladder (CL),
5. grossing up (GU),
6. logarytmiczno-normalny model klasy uogólnionych modeli liniowych (skrót GLM, LN_GLM),
7. rozproszony model Poissona klasy GLM (ODP_GLM)⁴,
8. bootstrapowy model Macka klasy GLM (boot_Mack_GLM),
9. bootstrapowy model logarytmiczno-normalny klasy GLM (boot_LN_GLM),
10. bootstrapowy rozproszony model Poissona klasy GLM (boot_ODP_GLM),
11. bootstrapowy model gamma klasy GLM (boot_gamma_GLM),
12. bootstrapowy model Macka klasy GLM (boot_Mack_GLM),
13. bootstrapowy model Macka chain ladder klasy GLM (boot_MackCL_GLM).

Zasady kalkulacji powyższych modeli opisali m.in.: dla metod deterministycznych (metod 1–5): [Pobłocka 2008; Wieteska 2004]; dla klasycznych

z modeli szacowania rezerwy IBNR. Takie podejście pozwala oszacować cały rozkład prawdopodobieństwa przyszłych szkód i jego poszczególne charakterystyki.

³ Całkowite szkody w okresach wypadkowych w metodzie SW1 są równe wypłaconym odszkodowaniom i świadczeniom z ostatniego okresu badanego, a w metodzie SW2 są one równe iloczynowi składki przypisanej z okresu wypadkowego i wskaźnikowi szkodowości z okresu poprzedzającego.

⁴ Rozproszony model Poissona klasy GLM to uogólnienie modelu Poissona klasy GLM.

modeli stochastycznych (metod 6–7): [England i Verrall 2002; Mack 1993; Pobłocka 2011; Wuthrich i Merz 2008] oraz dla nieklasycznych stochastycznych modeli bootstrapowych (metod 8–13): [Pinheiro i de Lourdes Centeno 2000; Jurkiewicz i Pobłocka 2011; 2014a].

1. Oszacowanie rezerwy IBNR według badanych modeli

W pracy założono, że wartość szkód ubezpieczeniowych z tytułu jednorodnego portfela ubezpieczeń OC to realizacje zmiennych losowych w kolektywnym modelu ryzyka⁵ $\{X_{i,j} : i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n - i + 1\}$, w którym liczby i wielkości indywidualnych szkód są nieznane i wzajemnie niezależne oraz istnieje niezależność szkód w poszczególnych i -tych okresach wypadkowych. Przyjęto także, że całkowite wartości szkód w danym okresie wypadkowym to iloczyn odpowiedniej liczby szkód i średniej wielkości indywidualnej szkody wypłacanej z opóźnieniem zgodnie z oszacowanym rozkładem wypłat szkód⁶ (tabela 1).

Tabela 1. Rozkład opóźnienia w rozliczeniu szkody (w %)

Rok	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Procent rozliczonych szkód	55	26	7,5	4,3	2,5	2,0	1,0	0,9	0,7	0,1

W symulacjach liczbę szkód i wielkość pojedynczej szkody generowano z modelu Erlanga⁷, którego parametry rozkładów na podstawie raportu [KNF i UFG 2010]⁸ w następujący sposób: liczba polis to 800 tys. (odpowiada to 5-procentowemu udziałowi w rynku⁹); liczba szkód to 44 160 (od-

⁵ Zastosowano kolektywny model ryzyka dla małych szkód [Ronka-Chmielowiec 2006].

⁶ Rozkład wypłat szkód to rozkład opóźnienia w rozliczaniu szkody. W symulacjach wykorzystano rozkład z tabeli 1, oszacowany na podstawie uśrednionych wartości współczynników przejścia uzyskanych z dostępnych w literaturze trójkątów szkód z tytułu ubezpieczenia komunikacyjnego OC posiadaczy pojazdów mechanicznych.

⁷ W modelu Erlanga [Straub 1997] liczba szkód jest zgodna z rozkładem Poissona, a wielkość indywidualnej szkody jest zgodna z rozkładem wykładniczym. W kolejnych badaniach planuje się rozważać rozkłady prawdopodobieństwa dla dużych szkód (o ciężkich ogonach), w związku z rosnącym udziałem szkód osobowych w łącznej sumie wypłat.

⁸ W [KNF i UFG 2010] dla danych z 2009 r.: liczba polis = 17,46 mln, przeciętna roczna wielkość składki = 399,4 zł, liczba szkód = 964 015, częstość szkód = 5,52%, przeciętna wysokość szkody = 5149,3 zł, wskaźnik szkodowości brutto = 73,20%.

⁹ Udział 5-procentowy (= 0,8/17,46) odpowiada małej wielkości zakładowi ubezpieczeń. W kolejnych analizach planuje się badać średniej wielkości zakłady ubezpieczeń.

powiada to częstości szkód równej 5,52%, czyli przeciętnie co 18 polisa generuje szkody¹⁰); średnia wysokość szkody to 5500 zł¹¹; przeciętna wysokość składki to 400 zł; wskaźnik szkodowości brutto to 75,9%; minimalna szkoda to 500 zł¹²; maksymalna szkoda to 1 mln zł¹³.

Zgodnie z powyższymi założeniami wygenerowano 2520 macierzy szkód $[X_{i,j}] = \{X_{i,j} : i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n\}$, z których każdą podzielono na trójkąt szkód $\{X_{i,j} : i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n-i+1\}$ „wypłaconych” i $\{\tilde{X}_{i,j} : i = 2, \dots, n; j = n-i+2, \dots, n\}$ „przyszłych”¹⁴.

Dla każdego trójkąta szkód „wypłaconych” $\{X_{i,j} : i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n-i+1\}$ oszacowano łączne rezerwy IBNR

$$\hat{C} = \sum_{i=2}^n \sum_{j=n-i+2}^n \hat{X}_{i,j} \text{ (metodami 1–13) wraz z błędami prognoz [Mack 1993],}$$

tj. pierwiastkiem ze średniego kwadratowego błędu prognozy (skrót RMSEP, *the root mean squared error of prediction*) (metodami 6–13)¹⁵:

$$RMSEP(\hat{C}) = \sqrt{MSEP(\hat{C})} = \sqrt{E\left((\hat{C} - C)^2\right)} = \sqrt{Var(C) + Var(\hat{C}) + Bias^2(\hat{C})},$$

¹⁰ $1/0,0552 = 18,1$.

¹¹ W [KNF 2008] średnia wielkość wypłaconej szkody z tytułu ubezpieczenia komunikacyjnego OC była równa 8 958 zł.

¹² Przyjęto założenie, że przy drobnych szkodach sprawcy bardziej opłaca się samemu pokryć szkodę, niż utracić zniżki.

¹³ To ograniczenie wielkości pojedynczej szkody niezbędne do wykonania obliczeń w metodach bootstrapowych. Oszacowano je na podstawie sumy gwarancyjnej dla szkód na mieniu w ubezpieczeniu komunikacyjnym OC z dnia 10.12.2009 (300 tys. euro, czyli ok. 1,24 mln zł na zdarzenie; wg kursu euro NBP z 10.12.2009 – 4,14 zł). W kolejnych badaniach planuje się tę wielkość zaktualizować, tj. zwiększyć do poziomu 1 mln euro.

¹⁴ Trójkąt szkód „wypłaconych” to „górny trójkąt” macierzy szkód zawierający dane szkodowe (liczby lub wielkości wypłaconych szkód powstałych lub zgłoszonych w i -tym okresie wypadkowym – dane poziome oraz wypłaconych z opóźnieniem o j -okresów – dane pionowe). Trójkąt szkód „przyszłych” to „dolny trójkąt” macierzy szkód zawierający informacje o przyszłych wypłatach z tytułu powstałych, lecz jeszcze nie zgłoszonych szkód. Ich całkowite oszacowanie to poziom rezerwy IBNR [Pobłocka 2008].

¹⁵ Wyprowadzenie wzoru przedstawia Mack [2007], sposób liczenia RMSEP dla badanych metod prezentuje Pobłocka [2012].

zakładając, że rezerwy są niezależne od wypłaconych i oszacowanych szkód, to:

$$\begin{aligned} RMSEP(\hat{C}_{i,j}) &= \sqrt{MSEP(\hat{C}_{i,j})} = \sqrt{Var(C_{i,j}) + Var(\hat{C}_{i,j}) + Bias(\hat{C}_{i,j})} \approx \\ &\approx \sqrt{Var(C_{i,j}) + Var(\hat{C}_{i,j})}, \end{aligned}$$

gdzie:

C – zmienna losowa opisująca skumulowaną wartość szkód wypłaconych (tzw. proces ryzyka),

$C_{i,j} = \sum_{k=1}^j X_{i,k}$ dla $i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, n - i + 1$ – zmienna losowa C z i -go okresu wypadkowego i j -go okresu opóźnienia w rozliczaniu szkód,

$\hat{C}$ – estymator zmiennej C opisujący przyszłe skumulowane wartości szkód (tzw. parametr ryzyka),

$\hat{C}_{i,j}$ – estymator zmiennej $C_{i,j}$,

$Bias(\hat{C}) = E(\hat{C}) - E(C)$ – obciążenie estymatora.

W dalszym ciągu badania obliczono średnie arytmetyczne uzyskanych wyników¹⁶. Dla każdego trójkąta szkód „przyszłych” $\{\tilde{X}_{i,j} : i = 2, \dots, n; j = n - i + 2, \dots, n\}$ obliczono sumę wygenerowanych wartości szkód, a następnie obliczono ich średnią arytmetyczną (225 205 – wiersz 2 w tabeli 2), która pozwoliła zweryfikować trafność „prognozy”.

Tabela 2. Średnia arytmetyczna z sumy wygenerowanych szkód, oszacowane średnie łączne rezerwy IBNR, średnie błędy prognoz RMSEP oraz rzeczywiste błędy prognoz Real_RMSEP

Model	Rezerwa IBNR łącznie	Błąd RMSEP	Błąd (w %)	Błąd Real_RMSEP	Błąd (w %)
Średnia z sumy szkód	225 205	.	.	.	.
SW1	157 776	.	.	67 456	42,75
SW2	225 155	.	.	5 731	2,55
BF	225 172	.	.	1 951	0,87

¹⁶ W modelach bootstrapowych dla każdego z 2,52 tys. badanych trójkątów szkód wypłaconych wygenerowano 10 tys. reszt bootstrapowych.

cd. tabeli 2

CL	225 190	.	.	2 405	1,07
GU	225 177	.	.	3 468	1,54
LN_GLM	225 379	5369	2,38	2 405	1,07
ODP_GLM	225 190	2355	1,05	2 468	1,10
Mack_GLM	225 190	2440	1,08	2 405	1,07
boot_ODP_GLM	225 191	2355	1,05	2 405	1,07
boot_gamma_GLM	225 216	5270	2,34	2 405	1,07
boot_LN_GLM	225 475	5009	2,22	2 404	1,07
boot_Mack_GLM	225 197	2471	1,10	2 477	1,10
boot_Mack_CL_GLM	225 197	3359	1,49	2 405	1,07

Z tabeli 2 wynika, że średnia arytmetyczna sumy wygenerowanych szkód to 225 205 tys. PLN, w porównaniu z którą wartość przeciętna oszacowanej łącznej rezerwy IBNR w metodzie SW1 jest znacznie niższa (o 67 430 tys. PLN), a w pozostałych metodach deterministycznych (metodach 2–5) jest także niższa (niedoszacowana), jednak nie tak znacznie (od 15 do 50 tys. PLN). Uśrednione estymowane łączne rezerwy IBNR w modelach klasycznych stochastycznych ODP_GLM oraz Mack_GLM (z wyjątkiem metody LN_GLM) dają wyniki identyczne jak deterministyczna metoda CL i są niewiele niższe od średniej z wygenerowanych łącznych szkód.

W klasycznym i bootstrapowym logarymiczno-normalnym modelu klasy GLM oraz modelu gamma klasy GLM (LN_GLM, boot_LN_GLM, gamma_GLM) oszacowane przeciętne łączne rezerwy IBNR są wyższe niż wartość oczekiwana sumy szkód (od 11 do 270 tys. PLN)¹⁷, a w pozostałych stochastycznych modelach chain ladder (ODP_GLM, Mack_GLM, boot_ODP_GLM, boot_Mack_GLM, boot_Mack_CL_GLM) oszacowane przeciętne łączne rezerwy IBNR nieznacznie zaniżają przeciętną sumę szkód (od 8 do 25 tys. PLN). Badane stochastyczne modele chain ladder z dużą dokładnością szacują przyszłe zobowiązania ubezpieczycieli z tytułu powstałych szkód niezgłoszonych (względny błąd prognozy RMSEP kształtuje się na poziomie od 1,05 do 1,49 p.p.).

W celu porównania wyników oszacowań rezerwy IBNR uzyskanych przy użyciu metod deterministycznych (metod 1–5) z wynikami dla modeli stochastycznych (metod 6–13) obliczono miarę dokładności predykcji *ex-post* zdefiniowaną przez Jurkiewicza i Pobłocką [2014b] jako „rzeczywi-

¹⁷ Jest to zapewne efekt przyjętego w symulacjach innego rozkładu szkód w kolektywnym modelu ryzyka niż logarymiczno-normalny.

sty błąd prognozy” (ozn. Real_RMSEP), która jest odpowiednikiem błędu estymatora przyszłych szkód (błąd prognozy RMSEP) i pozwala zweryfikować poprawność obliczeń błędów prognozy rezerw RMSEP w badanych metodach. Miara ta ukazuje empiryczne przeciętne różnice pomiędzy oszacowanymi łącznymi rezerwami a wygenerowanymi wartościami szkód (średnią arytmetyczną sumy wygenerowanych szkód 225 205 tys. PLN) – jest liczona jako pierwiastek ze średniego kwadratowego błędu prognozy dla wykonanych symulacji¹⁸:

$$\text{Real_RMSEP}(\hat{\theta}_j) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{NS} (\hat{\theta}_{j,k} - \theta_k)^2}{NS}},$$

gdzie:

- $\hat{\theta}$ – wielkość oszacowanej rezerwy IBNR odpowiadająca wygenerowanej szkodzie θ ,
- θ – wielkość wygenerowanej szkody,
- j – j -ta metoda w liczeniu rezerw,
- NS – liczba symulacji.

Najdokładniejszym modelem całkowitej rezerwy IBNR według względnego błędu prognozy (kolumna 4 w tabeli 2) jest klasyczny i bootstrapowy model rozproszonego rozkładu Poissona (ODP_GLM i boot_ODP_GLM), dla których błąd prognozy RMSEP był równy 1,05%¹⁹. A najdokładniejszą metodą całkowitej rezerwy IBNR według rzeczywistego względnego błędu prognozy (kolumna 6 w tabeli 2) jest metoda Bornhuettera-Fergusona (BF), w której błąd prognozy Real_RMSEP był równy 0,87%. Wynik ten potwierdza popularność wśród aktuariuszy metody Bornhuettera-Fergusona, która się opiera na współczynniku szkodowości oszacowanym w momencie tworzenia rezerw, co stwarza możliwość niedoszacowania rezerw i dlatego powinno się ją stosować bardzo ostrożnie w praktyce. Należy zauważyć, że błąd prognozy RMSEP w klasycznym i bootstrapowym modelu rozproszonego rozkładu Poissona (równy 1,05%) jest niedoszacowany o 0,02 p.p. (w porównaniu z błędem Real_RMSEP).

¹⁸ To odpowiednik empirycznego średniego błędu predykcji, czyli pierwiastek z uśrednionej sumy kwadratów błędów prognoz, tj. różnicy pomiędzy wygenerowanymi szkodami i oszacowanymi rezerwami [por. Strzała i Przechlewski 1998].

¹⁹ Optymalnym modelem łącznej rezerwy IBNR, tzn. modelem charakteryzującym się największą precyzją dla kryterium wyboru – współczynnika zmienności opartego na średniej rezerwie.

2. Szacowanie rezerwy IBNR według Solvency II

Zakłady ubezpieczeń tworzą rezerwy TU w celu pokrycia wszystkich swoich zobowiązań wobec ubezpieczających i beneficjentów umów ubezpieczenia lub reasekuracji [KNF 2013]. Rezerwy TU powinny być wyceniane na podstawie ich bieżącej ceny zbycia, w sposób ostrożny, wiarygodny i obiektywny. Ich wartość odpowiada bieżącej kwocie, jaką można zażądać od ubezpieczycieli lub reasekuratorów za natychmiastowe przeniesienie ich praw i zobowiązań umownych do innego zakładu. Są one równe sumie „najlepszego oszacowania” i „marginesu ryzyka” [Dyrektywa 2009, art. 77, ust. 1].

„Najlepsze oszacowanie” to „ważona prawdopodobieństwem średnia przyszłych przepływów pieniężnych przy uwzględnieniu wartości pieniądza w czasie²⁰”, aktuarialnie to oczekiwana wartość obecna (wartość bieżąca na dzień tworzenia rezerw) przyszłych przepływów pieniężnych, „przy zastosowaniu odpowiedniej struktury terminowej stopy procentowej wolnej od ryzyka” [Dyrektywa 2009, art. 77, ust. 2]. Ma ona odpowiadać średniej z wyników wszystkich możliwych przyszłych scenariuszy, która ma być wyznaczana dla każdej z grup ubezpieczeń lub homogenicznych grup ryzyka w wielkości brutto (bez odejmowania kwot odzyskanych z reasekuracji) [EIOPA 2012a, s. 52]. Przy obliczaniach „najlepszego oszacowania” należy uwzględnić „aktualne i wiarygodne informacje, realistyczne założenia oraz zmienność przyszłych przepływów pieniężnych przy wykorzystaniu odpowiednich, mających zastosowanie właściwych metod aktuarialnych i statystycznych” [Szymański 2011].

„Margines ryzyka” to pewien dodatek bezpieczeństwa na „niepewność” pozwalający, aby wartość rezerw TU odpowiadała kwocie, jakiej zakłady ubezpieczeń i reasekuracji zażądałyby za natychmiastowe przeniesienie zobowiązań ubezpieczeniowych lub reasekuracyjnych i wywiązanie się z nich.

Jeśli można wiarygodnie oszacować przyszłe przepływy pieniężne związane z zobowiązaniami ubezpieczeniowymi lub reasekuracyjnymi przy zastosowaniu wiarygodnych instrumentów finansowych, dla których można wyznaczyć wartość rynkową, to wartość rezerw TU należy szacować na podstawie wyceny rynkowej tych instrumentów finansowych i wtedy nie jest wymagana oddzielna kalkulacja „najlepszego oszacowania” i margine-

²⁰ W prognozach dotyczących przepływów pieniężnych należy uwzględnić wszystkie wpływy (przyszłe składki, odzyski i regresy) i wydatki (świadczenia, koszty, podatki związane z umową ubezpieczenia) niezbędne do rozliczenia zobowiązań ubezpieczeniowych i reasekuracyjnych (premie, gwarancje finansowe, inflację itp.).

su ryzyka²¹. A jeżeli posiadane informacje nie są wystarczające do wyceny rezerw TU metodami dokładnymi, to można (po spełnieniu określonych warunków) zastosować metody uproszczone (zastępcze, „proxies”)²².

Zgodnie z wytycznymi z grudnia 2012 r. wartość tworzonych rezerw TU powinna uwzględniać zmienność przyszłych przepływów pieniężnych oraz „najlepsze oszacowanie” rezerwy IBNR ma być równe tylko wartości oczekiwanej rozkładu wartości przyszłych przepływów pieniężnych²³ bez narzutu bezpieczeństwa²⁴. Jednak takie rozwiązanie nie wystarczy, aby pokryć wszystkie powstałe szkody niezgłoszone zakładom ubezpieczeń do dnia tworzenia rezerw.

3. Prawdopodobieństwo niedoszacowania rezerw

Rezerwa IBNR ma być tworzona na poziomie wartości oczekiwanej rozkładu przyszłych szkód z tytułu powstałych szkód niezgłoszonych ubezpieczycielom, tj. rozkładu rezerw IBNR. Jeżeli „najlepsze oszacowanie” rezerwy IBNR zostanie ustalone na poziomie wartości oczekiwanej rozkładu przyszłych szkód, to wartość rezerwy IBNR nie wystarczy do pokrycia roszczeń z tytułu ww. szkód. W pracy zbadano „prawdopodobieństwo niedoszacowania rezerwy IBNR”, które zdefiniowano jako „prawdopodobieństwo, z jakim utworzone rezerwy (według danej metody) nie wystarczą na wypłatę przyszłych odszkodowań i świadczeń”²⁵.

Z tabeli 3 wynika, że jeżeli rezerwy IBNR zostaną tworzone na poziomie „najlepszego oszacowania” równym wartości oczekiwanej rozkładu przyszłych szkód, to będą one mniejsze od średniej z wygenerowanych łącznych szkód od 46 do 50% (z wyjątkiem metody SW1 zaniżającej rezerwy). Oznacza to, że w prawie co drugim okresie sprawozdawczym utworzone rezer-

²¹ Jeżeli możliwa jest wycena rezerw w sposób wiarygodny, to powinna być ustawa według wartości rynkowej (ang. *mark to market*), w przeciwnym przypadku – na podstawie modelu (ang. *mark to model*) [EIOPA 2008].

²² Rezerwa IBNR może być równa pewnemu procentowi rezerwy na szkody zgłoszone.

²³ „The calculation should consider the variability of the cash flows in order to ensure that the best estimate represents the mean of the distribution of cash flow values” in V.2.2.1. Methodology for the calculation of the best estimate in [EIOPA 2012a].

²⁴ „Allowance for uncertainty does not suggest that additional margins should be included within the best estimate” [EIOPA 2012a].

²⁵ Prawdopodobieństwo wystarczalności rezerw [Bijak, Smętek i Szymański 2006] zdefiniowali jako „prawdopodobieństwo, z jakim utworzone rezerwy wystarczą na wypłatę przyszłych odszkodowań i świadczeń”.

wy IBNR mogą się okazać niewystarczające na pokrycie roszczeń z tytułu powstałych szkód. Tak duże niedoszacowanie poziomu rezerw IBNR jest dużym zagrożeniem realności ochrony ubezpieczeniowej i wypłacalności zakładów ubezpieczeń i reasekuracji.

Tabela 3. Procent niedoszacowania rezerwy IBNR ustalonej na poziomie wartości oczekiwanej rozkładu przyszłych szkód (w %)

Model	SW1	SW2	BF	CL	GU	LN_GLM	ODP_GLM	Mack_GLM	boot_ODP_GLM	boot_gamma_GLM	boot_LN_GLM	boot_Mack_CL_GLM	boot_Mack_GLM
Procent rezerw IBNR mniejszych od łącznych szkód	100	50	50	50	50	50	47	50	50	50	50	46	50

W celu zwiększenia poziomu „doszacowania” rezerw oszacowano metodami bootstrapowymi wielkość rezerwy IBNR, gdy „najlepsze oszacowanie” ustalono na poziomie równym medianie, 95 i 99,5 oraz 99,9 percentylowi rozkładu przyszłych szkód (tabela 4)²⁶.

Tabela 4. Procent niedoszacowania rezerwy IBNR ustalonej na poziomie średniej arytmetycznej, mediany, 95 i 99,5 oraz 99,9 percentyla rozkładu rezerw (w %)

Model	Procent niedoszacowania rezerwy IBNR ustalonej na poziomie				
	średniej arytmetycznej	mediany	95 percentyla	99,5 percentyla	99,9 percentyla
boot_ODP_GLM	50	50	17	12	6
boot_gamma_GLM	50	50	0	0	0
boot_LN_GLM	50	47	1	0	0
boot_Mack_CL_GLM	46	50	16	11	6
boot_Mack_GLM	50	50	5	3	1

²⁶ W metodach bootstrapowych można empirycznie oszacować rozkłady przyszłych szkód.

Z tabeli 4 wynika, że jeżeli rezerwy IBNR utworzy się na poziomie „najlepszego oszacowania” równym medianie rozkładu przyszłych szkód (kolumna 3), to będą one mniejsze od średniej z wygenerowanych łącznych wartości szkód od 47 do 50%. Jeśli rezerwy IBNR ustali się na poziomie 95 percentyla rozkładu przyszłych szkód (kolumna 4), będą „doszacowane” tylko w bootstrapowym modelu gamma GLM oraz „niedoszacowane” w pozostałych modelach (od 1 do 17%). W przypadku gdy rezerwy przyjmie się na poziomie 99,5 percentyla rozkładu przyszłych szkód (kolumna 5), będą one odpowiednio „doszacowane” w bootstrapowym modelu logarytmiczno-normalnym GLM oraz bootstrapowym modelu gamma GLM, a „niedoszacowane” w pozostałych modelach (od 3 do 12%). Jeżeli rezerwy przyjmie się na poziomie 99,9 percentyla, to będą one dobrze oszacowane w bootstrapowym modelu logarytmiczno-normalnym GLM oraz bootstrapowym modelu gamma GLM, a „niedoszacowane” na niewielkim poziomie w pozostałych modelach (od 1 do 6%). Jednak tak duży poziom „najlepszego oszacowania” rezerwy IBNR wydaje się mało realny.

4. Propozycje kalkulacji poziomu „najlepszego oszacowania” rezerwy IBNR

Modele stochastyczne pozwalają wyznaczyć zmienność oszacowanej rezerwy (*volatility*), którą można wykorzystać do zminimalizowania ryzyka niezapewnienia ochrony ubezpieczeniowej i ryzyka niewypłacalności.

Tabela 5. Procent niedoszacowania rezerwy IBNR utworzonej na poziomie wartości oczekiwanej powiększonej o 1, 2 i 3 błędy prognozy RMSEP

Model	Procent szkód większych od rezerwy IBNR ustalonej na poziomie średniej powiększonej o:		
	1 błąd RMSEP	2 błędy RMSEP	3 błędy RMSEP
LN_GLM	2	0	0
ODP_GLM	18	3	0
Mack_GLM	17	2	0
boot_ODP_GLM	18	3	0
boot_gamma_GLM	2	0	0
boot_LN_GLM	2	0	0
boot_Mack_CL_GLM	17	2	0
boot_Mack_GLM	9	0	0

Jeżeli „najlepsze oszacowanie” rezerwy IBNR zostanie ustalone na poziomie równym wartości oczekiwanej rozkładu oszacowanej rezerwy powiększonej o dodatek bezpieczeństwa równy jednemu pierwiastkowi ze średniego kwadratowego błędu prognozy (RMSEP), to prawdopodobieństwo, że określona metoda zaniży rezerwy, będzie się kształtować na poziomie od 0,02 do 0,18 (kolumna 2 w tabeli 5). W przypadku gdy „najlepsze oszacowanie” rezerwy IBNR zostanie ustalone na poziomie równym wartości oczekiwanej rozkładu estymowanej rezerwy powiększonej o dwa błędy prognozy RMSEP, badane prawdopodobieństwo zmniejszy się do poziomu od 0 do 0,03 (kolumna 3 w tabeli 5). Oznacza to, że klasyczny i bootstrapowy logarytmiczno-normalny model klasy GLM oraz bootstrapowy model gamma klasy GLM i bootstrapowy model Macka klasy GLM będą szacowały rezerwy na poziomie „wystarczająco bezpiecznym” do pokrycia roszczeń. Jeśli poziom „najlepszego oszacowania” zostanie zdefiniowany jako wartość oczekiwana rozkładu oszacowanej rezerwy powiększona o trzy błędy prognozy RMSEP, to utworzone rezerwy IBNR będą wystarczające do pokrycia roszczeń z ich tytułu (kolumna 4 w tabeli 5) dla wszystkich badanych metod. Powyższe wyniki wskazują, że warto rozważyć zdefiniowanie poziomu „najlepszego oszacowania” nie tylko na poziomie wartości oczekiwanej rozkładu przyszłych szkód, który może okazać się niewystarczający do pokrycia przyszłych odszkodowań i świadczeń.

W metodach uproszczonych według [KNF 2008] wartość wypłaconych odszkodowań i świadczeń brutto należy skorygować najpierw o zwroty, regresy i odzyski, a następnie o margines bezpieczeństwa i koszty likwidacji szkód. Na przykład oszacowany margines ryzyka (stosunek *cost-of-capital risk margin* do *best estimate – risk margin proxy*) wynosił dla linii biznesu (LoB) *motor liability* 5,89% (w EU to odpowiednio 13% [EIOPA 2008, s. 91]), a dla linii biznesu *motor other* 1,61% (w EU to odpowiednio 4%); a oszacowany narzut na koszty likwidacji szkód (stosunek kosztów likwidacji szkód do odszkodowań i świadczeń wypłaconych brutto bez kosztów likwidacji szkód – *factor-based claims-handing-costs proxy*) w grupie 10 był równy 9,35% (w grupie 3 – 7,49%). Powyższe narzuty bezpieczeństwa (margines bezpieczeństwa) są wyższe niż trzykrotność obliczonych błędów prognozy rezerwy RMSEP. Można zatem wnioskować, że utworzone metodami uproszczonymi rezerwy IBNR powinny się okazać wystarczające do pokrycia przyszłych szkód.

Zakończenie

Podsumowując rozważania na temat ustalenia bezpiecznego poziomu „najlepszego oszacowania” rezerwy IBNR, należy podkreślić, że obecny poziom równy wartości oczekiwanej rozkładu przyszłych szkód nie zapewnia pokrycia roszczeń z tytułu powstałych szkód niezgłoszonych zakładowi ubezpieczeń. Jeśli w narzutach bezpieczeństwa (marginesie ryzyka) lub w kalkulacjach „najlepszego oszacowania” rezerwy IBNR uwzględni się zmienność rezerwy mierzoną błędem prognozy RMSEP, to prawdopodobieństwo niedoszacowania rezerwy zmaleje. Prezentowane wartości marginesu bezpieczeństwa i kosztów likwidacji dla metod uproszczonych zostaną uwzględnione w kolejnym badaniu i zaprezentowane wkrótce.

Bibliografia

- Bijak, W., Smętek, G., Szymański, G., 2006, *Analiza rezerw na niewypłacone odszkodowania i świadczenia z tytułu ubezpieczeń pozostałych osobowych i majątkowych w oparciu o trójkąty szkód*, raport UKNUiFE, Departament Systemów Informacyjnych i Standardów Nadzoru, Warszawa.
- Dyrektywa Wypłacalność II, Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2009/138/WE z dnia 25 listopada 2009 r. w sprawie podejmowania i prowadzenia działalności ubezpieczeniowej i reasekuracyjnej (Wypłacalność II, ang. Solvency II).
- EIOPA 2008, *QIS4 Technical Specifications (MARKT/2505/08). Annex to Call for Advice from CEIOPS on QIS4 (MARKT/2505/08)*, EUROPEAN COMMISSION Internal Market and Services DG, Financial Institutions Insurance and Pensions, 31 March.
- EIOPA 2012a, *Revised Technical Specifications for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements Calculations (Part I)*, EIOPA-DOC-12/467, 21 December.
- EIOPA 2012b, *Revised Annexes to the Technical Specifications for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements Calculations (Part I)*, EIOPA-DOC-12/467, 21 December.
- England, P.D., Verrall, R.J., 2002, *Stochastic Claims Reserving in General Insurance*, British Actuarial Journal 8, GIRO, s. 443–518.
- England, P.D., Verrall, R.J., 2006, *Predictive Distributions of Outstanding Liabilities in General Insurance*, A.A.S. 1, II, s. 221–270.

- Jurkiewicz, T., Pobłocka, A., 2011, *Ocena praktycznych metod szacowania rezerwy IBNR w ubezpieczeniach majątkowych*, w: Ronka-Chmielowiec, W. (red.), *Ubezpieczenia wobec wyzwań XXI*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 228, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław, s. 222–231.
- Jurkiewicz, T., Pobłocka, A., 2014a, *Szacowanie rezerwy IBNR w ubezpieczeniach majątkowych metodami bootstrapowymi*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław.
- Jurkiewicz, T., Pobłocka, A., 2014b, *Badanie zmienności rezerwy IBNR w ubezpieczeniach majątkowych*.
- KNF ca 2008, *Wyłagalność II – Dodatkowe krajowe wskazówki do specyfikacji technicznej dotyczące polskich parametrów do stosowania proxies w badaniu QIS 4*, Warszawa.
- KNF 2013, *Badanie ilościowe. Specyfikacja techniczna*, Warszawa, http://www.knf.gov.pl/Images/Badanie_ilosciowe_2013_tcm75-35503.pdf [dostęp: 29.04.2014].
- KNF i UFG 2010, *Ubezpieczenia komunikacyjne w latach 2005–2009*, Warszawa.
- Mack, T., 1993, *Distribution Free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates*, ASTIN Bulletin 22, s. 93–109 i ASTIN Bulletin 23 (2), s. 213–225.
- Mack, T., 2007, *Chain Ladder Reserve Risk Estimators*, CAS E-Forum Summer 2007, s. 12–13.
- Pinheiro, P., de M.A., de Lourdes Centeno, M., 2000, *Bootstrap Methodology in Claim Reserving*, Centre for Applied Math's to Forecasting & Economic Decision, FCT PRAXIS XXI Silva.
- Pobłocka, A., 2008, *Wybrane metody kalkulacji rezerwy IBNR*, w: Ronka-Chmielowiec, W. (red.), *Ubezpieczenia wobec wyzwań XXI wieku*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, nr 1197, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław, s. 368–376.
- Pobłocka, A., 2011, *Rezerwa IBNR – praktyczne metody jej szacowania*, w: Ostasiewicz, W. (red.), *Statystyka i ryzyko. Zagadnienia aktuarialne – teoria i praktyka*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 207, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław, s. 173–189.
- Pobłocka, 2012, *Aktuarialne metody szacowania rezerwy na niezgłoszone zaistniałe szkody w ubezpieczeniach majątkowych*, rozprawa doktorska, Uniwersytet Gdański.
- Ronka-Chmielowiec, W., 2006, *Model kolektywnego ryzyka ubezpieczeniowego*, w: Kowalczyk, P., Poprawska, E., Ronka-Chmielowiec, W., *Metody aktuarialne*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, s. 25–27 i 49–51.
- Straub, E., 1997, *Non-Life Insurance Mathematics*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, s. 8–13.

- Strzała, K., Przechlewski, T., 1998, *Ekonometria inaczej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk.
- Szymański, G., 2011, *Wyznaczenie rezerw techniczno-ubezpieczeniowych w systemie Wyłacalność II*, UKNF, Departament Monitorowania Ryzyk, http://www.knf.gov.pl/Images/CEDUR_RTU_tcm75-31670.pdf [dostęp: 29.04.2014].
- Wieteska, S., 2004, *Rezerwy techniczno-ubezpieczeniowe Zakładów ubezpieczeń majątkowo-osobowych*, Wydawnictwo Branta, Bydgoszcz – Łódź.
- Wuthrich, M.V., Merz, M., 2008, *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance*, John Wiley & Sons, Hoboken USA.